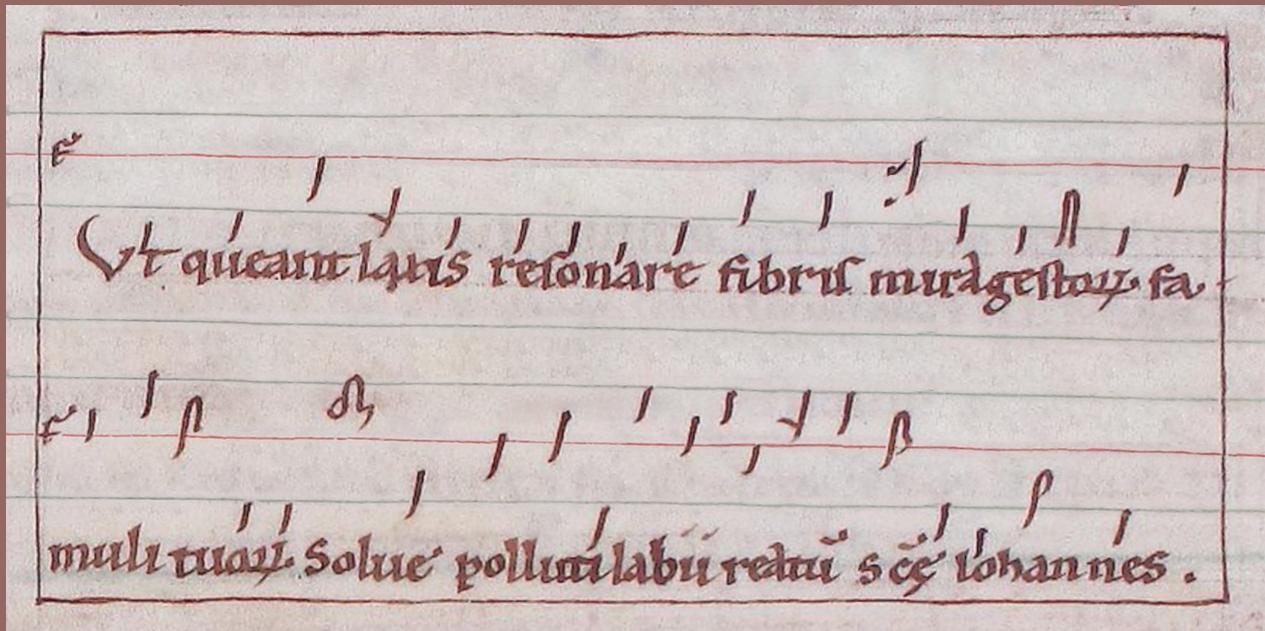


# UNSER NOTEN- UND TAKTSYSTEM



Vor tausend Jahren begann die Entwicklung des Notensystems, als Guido von Arezzo um 1025 Notenlinien einführte. Er notierte auf ihnen Melodien in Neumen, etwa seine Melodie zur Einführung der Tonsilben ut, re, mi, fa, sol, la auf dem Titelbild; vorn auf der roten Linie steht der F-Schlüssel, das Urbild des Bassschlüssels; darunter seine Melodie in leichter lesbaren Quadratnoten  $\blacksquare$   $\blacksquare$   $\blacklozenge$ , die bald die Neumen ablösten. Guidos Liniensystem setzte sich sofort durch. Es ist im früheren Heft [UNSER HARMONISCHES TONSYSTEM \[H\]](#) in aktueller Form als Stufensysem dargestellt. Die Tonhöhendimension ist also wohldefiniert:

- (1) Die **Tonhöhe** ist eine Abbildung, die **Tönen** einen **Tonnamen** einer Stufe des Stufensystems zuordnet.<sup>H(14)</sup>

In der mehrstimmigen Musik mit Neumen oder Quadratnoten war die Notendauer noch ungeregelt. Um 1180 in der Notre-Dame-Epoche wurde sie geregelt durch rhythmische Muster (Modi), die Johannes de Garlandia um 1240 in seiner Schrift *De mensurabili musica* erklärte. Noten waren aber in verschiedenen Kontexten unterschiedlich lang. Die Drei- oder Zweiteilung der Longa  $\blacksquare$ , Brevis  $\blacksquare$  und Semibrevis  $\blacklozenge$  bis zur Minima  $\blacklozenge$  wurde um 1320 durch die *Ars nova* von Philipp de Vitry zur Regel. Sie galt auch noch, als im nächsten Jahrhundert weiße Noten  $\blacksquare$ ,  $\blacksquare$ ,  $\blacklozenge$ ,  $\blacklozenge$  mit Unterteilungen  $\blacklozenge$  und  $\blacklozenge$  üblich wurden. Erst nach 1600 wurden diese Noten als feste Dauerzeichen konsequent durch schrittweise Halbierung definiert. Bei der späteren Stilisierung wurde aus der Semibrevis  $\blacklozenge$  die ganze Note  $\bullet$ , die heute die Einheit für die Dauer ist:

- (2) Die **Dauer** ist eine Abbildung, die Vielfache der ganzen Note  $\bullet$  zuordnet.

**Notenwerte** und **Pausenwerte** sind folgendermaßen definiert:

$\blacksquare = 2\bullet$	$\blacksquare = \bullet$	
$\blacksquare = \rho = \frac{1}{2}\bullet$	$\blacksquare = \frac{1}{2}\blacksquare$	
$\blacksquare = \rho = \frac{1}{4}\bullet$	$\blacksquare = \frac{1}{4}\blacksquare$	punktierte Werte $x$ :
$\blacksquare = \rho = \frac{1}{8}\bullet$	$\blacksquare = \frac{1}{8}\blacksquare$	$x\cdot = x + \frac{1}{2}x \quad x.. = x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x$
$\blacksquare = \rho = \frac{1}{16}\bullet$	$\blacksquare = \frac{1}{16}\blacksquare$	gebundene Werte $x$ und $z$ :
$\blacksquare = \rho = \frac{1}{32}\bullet$	$\blacksquare = \frac{1}{32}\blacksquare$	$\underline{x} \underline{z} = \overbrace{x} \overbrace{z} = x+z$

In der Notenschrift werden Notenwerte ins Liniensystem gesetzt und kombiniert mit zugehörigen Tonnamen; bei Pausen ist die Lage auf den Notenlinien belanglos. Es werden also nur die Merkmale der Töne notiert, nämlich ihre Dauer und Tonhöhe oder bei Pausen nur die Dauer. Deshalb formalisiert man Noten am besten durch eine Liste ihrer Merkmale:

- (3) **Noten** werden formalisiert als Liste  $x=[x_1, \dots, x_n]$  mit dem Notenwert  $x_1$ .

Für Noten  $x=[x_1, x_2]$  mit Tonnamen  $x_2$  gilt  $\text{Tonhöhe}(x) := x_2$ .

**Pausen** sind Noten der Form  $x=[x_1]$  mit dem Merkmal  $\text{Dauer}(x) := x_1$ .

$x=[x_1, \dots, x_n]$  mit definiertem Merkmal  $M(x)$  wird als  $x_{[z]} := [x_1, \dots, x_n, z]$  erweitert mit Zusatzmerkmal  $(x_{[z]}) := z$  und vererbtem Merkmal  $M(x_{[z]}) := M(x)$ .

Speziell gilt dann:  $\text{Dauer}(x_{[z]}) := \text{Dauer}(x)$  und  $\text{Tonhöhe}(x_{[z]}) := \text{Tonhöhe}(x)$ .

Melodien entstehen durch Aneinanderreihen von Noten; deren Anfang und Ende lassen sich innerhalb einer Notenfolge bestimmen:

- (4) Für **Notenfolgen**  $l_1 \dots l_n$  gelten: Notenzahl( $l_1 \dots l_n$ )  $\coloneqq n$

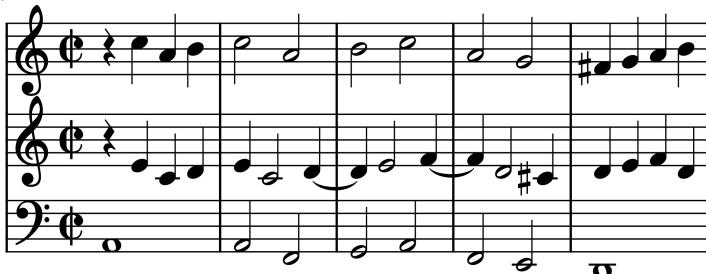
$$\text{Länge}(l_1 \dots l_n) \coloneqq \text{Dauer}(l_1) + \dots + \text{Dauer}(l_n)$$

$$\text{Anfang}(l_1) \coloneqq 0, \text{Anfang}(l_p) \coloneqq \text{Länge}(l_1 \dots l_{p-1})$$

$$\text{Ende}(l_p) \coloneqq \text{Anfang}(l_p) + \text{Dauer}(l_p)$$

In der Notre-Dame-Zeit schrieb man Notenfolgen untereinander, ebenso Noten mit gleichem Anfang. Diese Partiturnotation wurde im 13. Jahrhundert unüblich, bis sie Samuel Scheidt 1624 in der *Tabulatura nova* wieder einführte:

- (5)



Beispiel:

Samuel Scheidt, *Tabulatura nova*:

Vater unser im Himmelreich,  
Versus 6



Formalisierung:

$$[\text{X}][\text{P},\text{c}^{\text{''}}][\text{P},\text{a}^{\text{'}}][\text{P},\text{h}^{\text{'}}][\text{P},\text{c}^{\text{''}}][\text{P},\text{a}^{\text{'}}][\text{P},\text{h}^{\text{'}}][\text{P},\text{c}^{\text{''}}][\text{P},\text{a}^{\text{'}}][\text{P},\text{g}^{\text{'}}][\text{P},\text{fis}^{\text{'}}][\text{P},\text{g}^{\text{'}}][\text{P},\text{a}^{\text{'}}][\text{P},\text{h}^{\text{'}}] \\ [\text{X}][\text{P},\text{e}^{\text{'}}][\text{P},\text{c}^{\text{'}}][\text{P},\text{d}^{\text{'}}][\text{P},\text{e}^{\text{'}}][\text{P},\text{c}^{\text{'}}][\text{P},\text{d}^{\text{'}}][\text{P},\text{e}^{\text{'}}][\text{P},\text{f}^{\text{'}}][\text{P},\text{d}^{\text{'}}][\text{P},\text{cis}^{\text{'}}][\text{P},\text{d}^{\text{'}}][\text{P},\text{e}^{\text{'}}][\text{P},\text{f}^{\text{'}}][\text{P},\text{d}^{\text{'}}] \\ [\text{P},\text{a}^{\text{-1}}][\text{P},\text{a}^{\text{-1}}][\text{P},\text{f}^{\text{1}}][\text{P},\text{g}^{\text{1}}][\text{P},\text{a}^{\text{-1}}][\text{P},\text{f}^{\text{1}}][\text{P},\text{e}^{\text{-1}}][\text{P},\text{d}^{\text{-1}}]$$

- (6)  **$n$ -stimmige Sätze**  $S$  sind Notenfolgen gleicher Länge notiert als  $S = \begin{smallmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{smallmatrix}$  mit

$$\text{Länge}(\begin{smallmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{smallmatrix}) \coloneqq \text{Länge}(S_1) \text{ und } \text{Stimmzahl}(\begin{smallmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{smallmatrix}) \coloneqq n$$

Für Notenfolgen  $A = l_1 \dots l_n$  und  $B = k_1 \dots k_m$  gilt die **Komposition**:

$AB \coloneqq l_1 \dots l_n k_1 \dots k_m \coloneqq (l_1 \dots l_n)(k_1 \dots k_m)$ . Sie ist übertragbar auf  $n$ -stimmige Sätze  $A_1$  und  $B_1$  durch  $A_1 B_1 = \begin{matrix} A_1 B_1 \\ \vdots \quad \vdots \\ A_n B_n \quad A_n B_n \end{matrix}$

**Wiederholungen** des Satzes  $X$  werden folgendermaßen notiert:

$$X^2 \coloneqq \|\text{:}X\text{:}\| \coloneqq XX \text{ und } X^n \coloneqq \|\text{:}X\text{:}\|^n \coloneqq X^{n-1}X \text{ für } n > 2.$$

Wichtige Informationen stecken bei Sätzen in der Anordnung: die Position der Noten in der Notenfolge und die Schicht in der Stimmfolge. Will man auf einzelne Noten zugreifen, so sind sie durch diese Merkmale zu erweitern:

- (7) Als **Stimme** gilt die Menge der erweiterten Noten  $\{l_{1[1]}, \dots, l_{m[m]}\}$  einer Notenfolge  $l_1 \dots l_m$  mit der **Position** als Zusatzmerkmal.

Ein  **$n$ -stimmiges Musikstück**  $M$  vereinigt die erweiterten Noten von  $n$  Stimmen gleicher Länge, wobei die  $p$ -te Note  $v_p$  der  $q$ -ten Stimme von  $M$  definiert ist als Erweiterung  $M_{p,q} \coloneqq v_{p[q]}$  mit der **Schicht** als Zusatzmerkmal.

- (8) Beispiel: Das Musikstück (5)<sub>Takt 1</sub> ist die Vereinigung folgender erweiterter Stimmen:

$$1. \text{ Stimme} = \{[\text{X}, 1, 1], [\text{P}, \text{c}^{\text{''}}, 2, 1], [\text{P}, \text{a}^{\text{'}}, 3, 1], [\text{P}, \text{h}^{\text{'}}, 4, 1]\}$$

$$2. \text{ Stimme} = \{[\text{X}, 1, 2], [\text{P}, \text{e}^{\text{'}}, 2, 2], [\text{P}, \text{c}^{\text{'}}, 3, 2], [\text{P}, \text{d}^{\text{'}}, 4, 2]\}$$

$$3. \text{ Stimme} = \{[\text{P}, \text{a}^{\text{-1}}, 1, 3]\}$$

Satz und Musikstück sind gleichwertige Darstellungen. Denn der mehrstimmige Satz kann aus einem mehrstimmigen Musikstück wieder rekonstruiert werden: Sortiere die Noten nach der Schicht, ordne sie nach der Position als Notenfolge, lasse in Notenformeln überall die zwei letzten Merkmale weg.

Oft schreiben Musiker auch mehrere Stimmen in ein Notensystem. Das Übersetzen solcher Notationsvarianten in die definierte Partiturnotation ist unproblematisch und muss hier nicht genauer präzisiert werden. Das gilt auch für Varianten von Achtel- oder Sechzehntelnoten, bei denen Balken statt Fähnchen stehen wie in späteren Beispielen (11) (25). Definiert werden auch keine anderen Noten- und Pausenzeichen als die Halbierungen in (2). Eine Dreiteilung zeigen Triolen an, die aber nicht auf Einzelnoten wirken, sondern auf eine Notenfolge und dabei die Dauer ihrer Noten oder Pausen verkleinern, aber sonstige Merkmale nicht verändern. Solche merkmalstreuen Abbildungen lassen sich allgemein präzisieren:

(9)  **$\alpha$ -treu** heißen Abbildungen  $f$  mit  $\alpha(x)=\alpha(f(x))$  für Abbildungen  $\alpha$  und Noten  $x$ . Als **Hauptmerkmale** gelten die Abbildungen Dauer und Tonhöhe (3), Position und Schicht (7). **Schlichte Noten** haben nur Hauptmerkmale.   
  $\hat{x}$ -Anforderungen sind  $\alpha$ -treue Abbildungen von für Hauptmerkmale ungleich

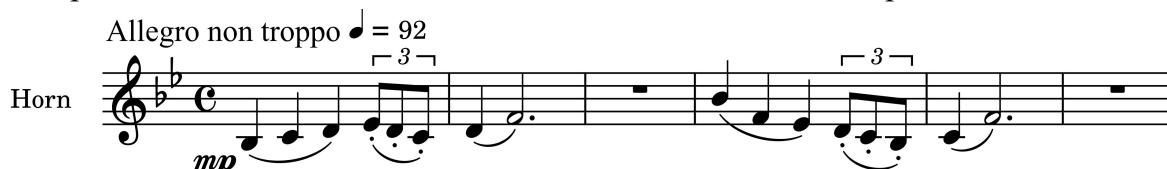
Positions- und schichttreue Abbildungen sind auf jede Notenfolge mehrstimmiger Sätze direkt anwendbar. Dazu gehören Tonhöhenänderungen wie Transpositionen und Alterationen sowie Daueränderungen wie Vergrößerungen und Verkleinerungen, die bei Triolen angewandt werden:

(10) Die Ver- $r$ -fachung  $v_r$  ist die Daueränderung, die die Dauer von Noten  $x$  stets mit  $r$  multipliziert:  $\text{Dauer}(v_r(x))=r \cdot \text{Dauer}(x)$ . Für Notenmengen  $M$  gilt die Abkürzung  $rM := v_r(M)$ .  $rM$  heißt  $r$ -fache **Verkleinerung** von  $M$  für  $r < 1$  und  $r$ -fache **Vergrößerung** von  $M$  für  $r > 1$ .

**Triolen:**  $\overline{M}^3 := \frac{M}{\binom{3}{1}} := \frac{2}{3}M$  für Notenmengen  $M$ .

**n-olen:**  $\frac{n}{M} := \frac{2^p}{n} M$  mit  $p = \text{Maximum } \{m \in \mathbb{N} \mid 2^m < n\}$ .

(11) Beispiel mit Triolen: Johannes Brahms 2. Klavierkonzert, Hauptthema:



Zusatzangaben im Beispiel dienen zur Interpretation. Das genannte Instrument bestimmt die **Klangfarbe**. Sie wird mitunter geändert durch Vermerk der Spielweise, bei Streichern etwa *arco* oder *pizz*. Singstimmen liegen vor, wenn Noten durch Silben erweitert werden wie im Titelbild, formal ginge das nach (3). Die **Lautstärke** wird oft nicht notiert oder nur grob abgestuft als *ppp* < *pp* < *p* < *mp* < *mf* < *f* < *ff* < *fff*: Die Zeichen  und  signalisieren Lautstärkeänderungen, die Musiker nach eigenem Ermessen interpretieren. Die **Artikulation** kann ebenfalls variieren: *Staccato*-Noten *x* und *ż* verkürzt man und gleicht dies

aus durch eine Mini-Pause, so dass der Notenwert  $x$  die Gesamtdauer ist. Im Brahms-Thema zeigen Bögen die Artikulation *legato* an mit unverkürzten Noten und Bögen über Staccato-Noten ein *non legato* zwischen *staccato* und *legato*.

Noten können zudem mit unterschiedlichem **Tempo** gespielt werden. Erst eine Tempoangabe koppelt ihre Dauer an die Uhrzeit. Intuitive Tempi wie Adagio, Andante, Allegro lassen viel Ermessensspielraum. Seit 1815 werden sie mit dem Metronom genormt durch grobe Richtwerte:  $\text{Adagio} \approx 60$ ,  $\text{Andante} \approx 100$ ,  $\text{Allegro} \approx 120$ . Das Allegro non troppo  $\text{♩}=92$  im Brahms-Thema gibt aber keine Dauer an, wie die Gleichung suggeriert, sondern Schläge pro Minute. Die Dauer ist der reziproke Wert: Das Tempo  $x=n$  bedeutet  $x=60/n$  sec und das Tempo  $\text{♩}=92$  bei Brahms somit  $\text{♩}=60/92 \text{ sec} \approx 0,65 \text{ sec}$ . Musiker spielen aber nie stur im Metronomtakt, sondern wählen das Tempo flexibel und deuten durch *ritardando*, *accelerando* oder *a tempo* Tempowechsel an. Im Brahms-Konzert bestimmt ein Dirigent das Tempo, das Metrum, den Takt, den Rhythmus.

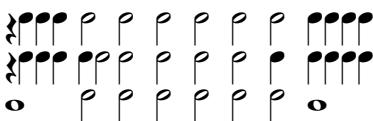
Die Definition des Rhythmus als Dauernfolge ( $\chiρόνων τάξις$ ) stammt aus den *Rhythmischen Elementen* des antiken Musik-Mathematikers Aristoxenos um 330 v. Chr.<sup>R34</sup> besprochen im Buch *Antike Rhythmustheorien* [R]. Er beschrieb auch dreischichtige Rhythmusbildungen mit Silben, Tönen und Bewegungsfiguren.<sup>R42</sup> Abstrahiert man von solchen Merkmalen, dann lässt sich der Rhythmus beliebig komplexer Musikstücke bestimmen:

(12) Ein *n-schichtiger Rhythmus* ist ein *n*-stimmiger Satz, dessen Noten nur das Merkmal Dauer haben; sie haben die Form  $[y]$  und werden als  $y$  notiert, so dass jede Rhythmus-Stimme als Dauernfolge erscheint.

**Rhythmus**( $x$ ) := [Dauer( $x$ ), Position( $x$ ), Schicht( $x$ )] für Noten  $x$  von Musikstücken definiert eine dauer-, positions- und schichttreue Abbildung; sie bildet jedes Musikstück auf ein zweites ab; notiert als Satz wird es zum ein- oder mehrschichtigen Rhythmus.

Sätze mit demselben Rhythmus heißen **isorhythmisch**.

(13) Beispiele: Der Rhythmus des Brahms-Themas (11) lautet ||:♩♩♩♩♩♩♩♩♩♩♩♩♩♩♩♩:||.

Der Rhythmus von (5) lautet 

Das Bach-Präludium (25) hat isorhythmische Stimmen.

Bei komplexen Rhythmen überlagern sich die rhythmischen Schichten und erzeugen einen komplementären Gesamtrhythmus, der sich bestimmen lässt:

(14) Ordnet man alle Noten-Enden eines Musikstücks  $M$  als  $e_m > \dots > e_1$  und setzt  $e_0 := 0$ , dann gilt  $[e_1 - e_0] \dots [e_m - e_{m-1}]$  als **Komplementär-Rhythmus** von  $M$ .

(15) Beispiel: Der Komplementär-Rhythmus von (5) lautet ||:♩♩♩♩:||<sup>5</sup>

Aristoxenos bezog auch den Sprachrhythmus aus der Dichtung ein. Seit Homer war der Hexameter  $\text{—uu—uu—uu—uu—uu—uu}$  der wichtigste Versrhythmus mit langen Silben – und halb so langen kurzen Silben  $\cup$ .<sup>R25+30</sup> Der Daktylos  $\text{—uu}$ , das Maß oder Metrum, konnte in Versen durch den Spondeus  $\text{——}$  ersetzt werden; der Hexameter wurde also als Maßband an variable Verse angelegt. Das Messen ist hier das gedankliche Wiederholen des Metrums parallel zu einem Satz; formal beschrieben ist es ein mehrschichtiger Satz:

- (16) Ein Rhythmus  $T$ , bei dem aus  $T=X^m$  stets  $m=1$  folgt, gilt als **Metrum** und ein mehrstimmiger Satz  $\frac{S}{T^n}$  als **Satz im Metrum  $T$** .

Sechs antike Metren, nämlich  $\text{—u}$ ,  $\text{u—}$ ,  $\text{—uu}$ ,  $\text{uu—}$ ,  $\text{——}$  und  $\text{uuu}$ ,<sup>R56</sup> lagen den rhythmischen Modi der Musik der Notre-Dame-Epoche zugrunde. In der *Ars nova* um 1320 ging Philipp de Vitry von solchen Metren mit Längen und Kürzen über zu Mensuren mit gleichmäßiger Drei- oder Zweiteilung der Noten. Sein Prinzip ist allgemein definierbar, ebenso seine Mensurvorzeichnung, die ein parallel wiederholtes Metrum symbolisiert; beides ist auch bei heutigen Takten üblich:

- (17)  $n$ -teilung( $x$ )  $\coloneqq \frac{1}{n}(x^n)$  für Sätze  $x$

**Mensuren** sind mehrschichtige Metren, deren erster Rhythmus ein Notenwert ist und deren  $i$ -te Schicht stets eine Zwei- oder Dreiteilung der darüber liegenden Schicht  $i-1$  ist.

Für Sätze  $\frac{S}{T^n}$  im Metrum  $T$  gilt die **Taktvorzeichnung**  $\overline{\overline{T}}S \coloneqq \frac{S}{T^n}$ , für Sätze  $\overline{\overline{T}}S$  gilt daher **Taktzahl**( $S$ )  $\coloneqq \frac{\text{Länge}(S)}{\text{Länge}(T)}$ .

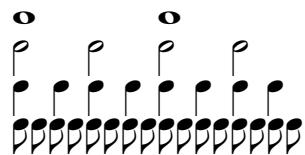
Lange wurde nur die Mensur vorgezeichnet; beim Lesen ging daher leicht die Orientierung verloren. Später beseitigte man dieses Leseproblem durch eingegebene Taktstriche, die das wiederholte Metrum markieren:

- (18) Für Mensuren  $T$  wird der **Taktstrich**  $|T \coloneqq T$  definiert. Somit gilt für  $T$ :

$T|T=TT$ ,  $T|T|T=TTT$ ,  $T|T|T|T=TTTT$  etc. Bei Sätzen  $\overline{\overline{T}}S$  kann der Taktstrich in den parallelen Satz  $S$  übertragen werden.

Als nach 1600 Noten eindeutig definiert wurden, blieben von den alten Mensuren nur zwei gerade Mensuren übrig: das tempus imperfectum C und im doppelten Tempo das tempus imperfectum diminutum  $\mathbb{C}$ . Das Tempo ist in der Mensur nicht sichtbar, daher sehen beide Mensuren in aktuellen Notenwerten so aus:

- (19)  $\equiv$



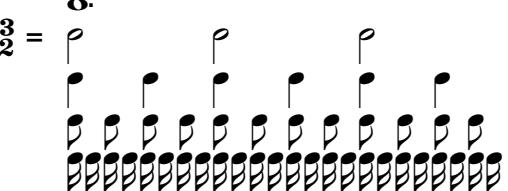
Die Mensurzeichen wurden später stilisiert und verkleinert als Zwei-Halbe-Takt  $\mathbb{C}$  und Viervierteltakt  $\mathbb{C}$  wie in (5) und (11). Takte mit Dreiteilung waren nach wie vor möglich, wurden aber umgeschrieben in definierte Noten:

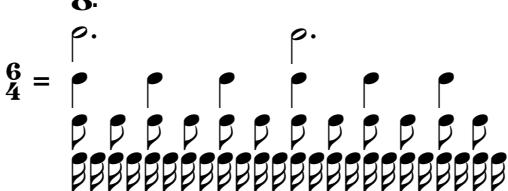
- (20) Der  **$z$ -n-tel-Takt** kurz  $\frac{z}{n}$  ist die Mensur mit  $\frac{1}{4} < \frac{z}{n} \leq \frac{3}{2}$  und kürzester Note  $\text{p}$  und einer Stimme mit  $z$ -facher Wiederholung von  $\frac{1}{n}$  laut (2), die eine Dreiteilung der darüber liegenden Stimme ist, falls 3 ein Teiler von  $z$  ist.

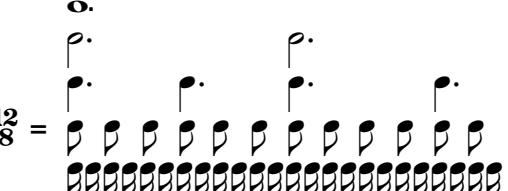
Eine Tabelle listet die möglichen Takte auf. Anschließend werden sie explizit angegeben und nach der Länge sortiert, damit der Unterschied sichtbar wird:

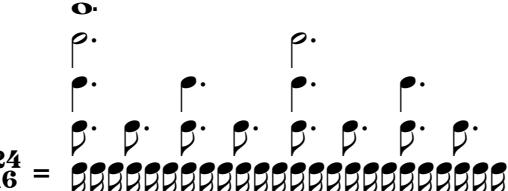
(21)

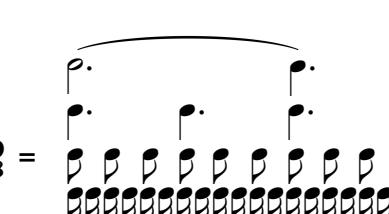
$\frac{z}{n}$	2	3	4	6	8	9	12	16	18	24	mögliche $z$ -n-tel-Takte
2	2	3									Graue Felder: zu große oder zu kleine Takte.
4	2	3	4	6							Grüne Takte sind identisch mit $\frac{2}{4}$ oder $\frac{4}{4}$ .
8		3	4	6	8	9	12				Leerfeld: $\frac{18}{16}$ ist keine eindeutige Takt-Kennzeichnung!
16				6	16	9	12	16		24	$\frac{18}{16}$

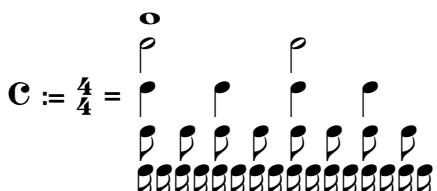
$\frac{3}{2} =$  

$\frac{6}{4} =$  

$\frac{12}{8} =$  

$\frac{24}{16} =$  

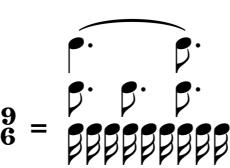
$\frac{9}{8} =$  

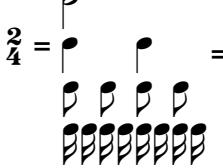
$\mathbb{C} := \frac{4}{4} =$  

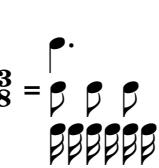
$\frac{3}{4} =$  

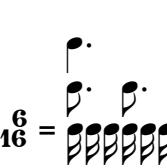
$\frac{6}{8} =$  

$\frac{12}{16} =$  

$\frac{9}{16} =$  

$\frac{2}{4} =$  

$\frac{3}{8} =$  

$\frac{6}{16} =$  

Eine berühmte Mustersammlung für dieses Taktsystem ist *Das Wohltemperierte Klavier* von Bach mit zwei Serien von Präludien und Fugen in allen Tonarten; dort kommen alle definierten Takte vor bis auf den  $\frac{9}{16}$ -Takt:

Takte im <i>Wohltemperierten Klavier</i> von Johann Sebastian Bach												
<b>3</b> <b>2</b>	<b>6</b> <b>4</b>	<b>12</b> <b>8</b>	<b>24</b> <b>16</b>	<b>9</b> <b>8</b>	<b>C</b> <b>2</b>	<b>C</b> <b>4</b>	<b>3</b> <b>4</b>	<b>6</b> <b>8</b>	<b>12</b> <b>16</b>	<b>2</b> <b>4</b>	<b>3</b> <b>8</b>	<b>6</b> <b>16</b>
I P8	I P4 I F14	I P9 I P11	I P15	I F19 I P20	I F4 I F22		I F6 I P10 I P17 I F21	I F15 I P18	I P13		I P3 I F11*	
II P11 II F22		II P5 II P19		II P4 II P8	II F5 II F7 II F9 II F10* II F13* II P22 II F23	oft: 25 P 22 F	II P6 II P9 II P13 II P14 II P15 II F16 II P17 II F21	II F18	II F4 II P21	II F1 II P12* II F15 II F12* II F24*	II P10	II F11

Dirigenten geben den Takt durch den Schlag der Hand an. Schlagfiguren waren seit je her Auf und Ab. Schon Aristoxenos beschrieb damit Metren,<sup>R42</sup> und Augustinus sprach in *De musica* von der Hebung und Senkung der Hand.<sup>R88f</sup> Mit  $\uparrow$  := Auf und  $\downarrow$  := Ab ergibt sich ein Zweiertakt  $\downarrow\uparrow$ . Mit seitlichen Schlägen  $\rightarrow$  := rechts und  $\leftarrow$  := links entsteht der Dreivierteltakt  $\downarrow\rightarrow\uparrow$  und der Viervierteltakt  $\downarrow\leftarrow\rightarrow\uparrow$ . Stets betont ein Ab den Taktanfang, andere Schläge sind weniger betont. Eine noch stärker differenzierte gewichtete Betonung kann in Masuren und Takten quantitativ präzise definiert werden:

(23) Für und Noten  $x$  von Sätzen  $\overline{\overline{T}}S$  mit Taktzahl( $S$ )= $s$  gilt:

**Gewicht**( $x$ ) := Zahl der Noten  $\overline{y}$  von  $T^s$  mit  $\text{Anfang}(x) = \text{Anfang}(y)$

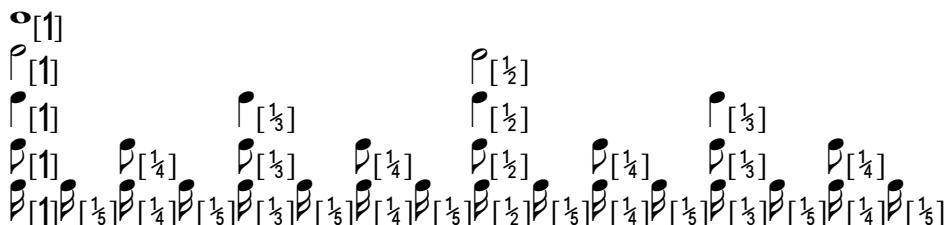
**Betonung**( $x$ ) :=  $1/(1 + \text{Stimmzahl}(T) - \text{Gewicht}(x))$

**Akzentuiertes  $M$**  heißt die Menge erweiterter Noten  $x_{[\text{Betonung}(x)]}$  mit dem **Akzent** als Zusatzmerkmal für Noten  $x$  aus  $M$ .

$x$  ist **betonter** als  $y$   $\Leftrightarrow x$  ist **schwerer** als  $y$   $\Leftrightarrow$   $\text{Betonung}(x) > \text{Betonung}(y)$

$x$  ist **leichter** als  $y$   $\Rightarrow$   $y$  ist schwerer als  $x$

(24) Beispiel: Akzentuierter  $\frac{4}{4}$ -Takt:



Die Betonung im Takt hängt natürlich zusammen mit parallelen Musikstücken, denn sie lässt sich auf unterschiedliche Weise musikalisch realisieren: Mit dem **Längenakzent** länger = betonter hängt die Betonungsdefinition zusammen. Ein **Lautstärkenakzent** mit lauter = betonter wirkt hörbar. In Melodien erzeugt der **Höhenakzent** die Wirkung höher = betonter, im Bass dagegen erzeugt der **Tiefenakzent** den Eindruck tiefer = betonter. Ein Musterbeispiel für die Kombination des Höhen- und Tiefenakzents ist folgendes Präludium von Bach:

(25) Beispiel: Bach: Wohltemperiertes Klavier I Präludium 2 mit Betonungsanalyse:



Höhenakzente gegenüber Nachbarnoten:

sonst lauter Tiefenakzente gegenüber Nachbarnoten

Akzente gegen die Betonung erzeugen rhythmische Kontraste. Augustinus beschrieb erstmals Längenakzente gegen die Betonung,<sup>R97f</sup> später nannte man sie Syncopen, weil sie unbetonte Noten mit betonteren zusammenbinden (von συγκοπή=Zusammenstoß):

(26) Eine **Synkope** in Sätzen ist eine Bindung  $x\tilde{z}$ , bei der  $x$  leichter als  $z$  ist. Die Synkope  $x\tilde{z}$  ist umrechenbar in eine längere Note laut (2).

(27) Beispiel: (5) 2. Stimme: Syncopenkette mit Akzenten markiert:

Betonung: 1  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$  1  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$  1  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$  1  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$  1  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$

Mit Hilfe des Höhenakzents können Takte in eine anschauliche Kurzform überführt werden. Man gruppierter ihre im Höhenakzent betonten Sechzehntel mit Sechzehntel-Balken nach dem Nenner des Takts und lässt anschließend die Notenlinien weg:

Offenbar ist aus der Kurzform der Takt wieder rekonstruierbar: Man bindet die Notenwerte mit minimaler Betonung an die vorausgehende betontere Note und übernimmt deren Betonung und erhält die nächsthöhere Schicht. Dieser Vorgang wird so oft wie möglich wiederholt. Der Rhythmus der erzeugten Schich-

ten ergibt den Takt. Offenbar ist also die Betonung im Takt identisch mit dem Akzent in der Kurzform. Letztere wird in der Präzisierung von der Mensur mit indiziertem Akzent > unterschieden:

(29)  $T_>$  = akzentuierter Komplementär-Rhythmus der Mensur  $T$ .

Für Noten  $x$  von Sätzen  $\overline{\mathcal{T}}S$  mit  $\text{Taktzahl}(S)=s$  gilt für  $y$  aus  $T_{>}^s$  mit  $\text{Anfang}(x)=\text{Anfang}(y)$  offenbar:  $\text{Betonung}(x)=\text{Akzent}(y)$ .

Über diese akzentuierten Metren lassen sich auch auftaktige Metren definieren. In der alten Musik galt ausnahmslos die Volltaktigkeit, denn Masuren sind unzerlegbar und besitzen keinen weniger betonten Taktteil als Auftakt. Noch im *Wohltemperierten Klavier* beginnen fast alle Stücke volltaktig: Im ersten Teil gibt es nur eine Ausnahme und im zweiten nur fünf (22). Solche auftaktigen Musikstücke richten ihre Akzente nach auftaktigen Metren, die durch zyklische Permutationen akzentuierter Metren gewonnen werden:

(30) **Volltaktig** heißen akzentuierte Komplementär-Rhythmen  $T_>$  laut (29).

**Auftaktig** heißt ein Metrum  $AB$ , falls  $BA$  volltaktig ist; der Taktstrich wird hier in die Mitte gesetzt  $A|B := AB$  und  $A$  heißt dann der **Auftakt** von  $A|B$ .

Die definierten Taktarten blieben auch für spätere Epochen maßgeblich. Nur selten trifft man andere Taktarten an, die zwei Metren zusammensetzen zu einem neuen Metrum, das die Definition erfüllt (16). Beispiele aus der antiken Metrik von Dionysios Thrax sind der Paion —○○○ und der Epitritos ——○ und deren zyklische Permutationen.<sup>RS6</sup> Es sind Vorläufer von Fünfer- und Siebener-takten, die einen regelmäßigen Taktwechsel (ohne Taktstrich) erzeugen. Zwei prominente Beispiele führen das vor Augen:

(31) Beispiel: Tschaikowsky 6. Sinfonie, Satz 2 im  $\frac{5}{4}$ -Takt =  $\frac{2}{4} \frac{3}{4}$ , regulär akzentuiert:

2

*mf*      *3*      *mf*      *3*      *f*

Betonung: 1  $\frac{1}{2}$  1  $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  1  $\frac{1}{2}$  1 1  $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  1  $\frac{1}{2}$  1

Lautstärkeakzente: > > > >

Längenakzente: > > > >

Höhenakzente: > > > > >

(32) Beispiel: Bartok *Mikrokosmos* 113 im  $\frac{7}{8}$ -Takt =  $\frac{4}{8} \frac{3}{8}$ , Ostinato im Höhenakzent:

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

119

120

121

122

123

124

125

126

127

128

129

130

131

132

133

134

135

136

137

138

139

140

141

142

143

144

145

146

147

148

149

150

151

152

153

154

155

156

157

158

159

160

161

162

163

164

165

166

167

168

169

170

171

172

173

174

175

176

177

178

179

180

181

182

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

210

211

212

213

214

215

216

217

218

219

220

221

222

223

224

225

226

227

228

229

230

231

232

233

234

235

236

237

238

239

240

241

242

243

244

245

246

247

248

249

250

251

252

253

254

255

256

257

258

259

260

261

262

263

264

265

266

267

268

269

270

271

272

273

274

275

276

277

278

279

280

281

282

283

284

285

286

287

288

289

290

291

292

293

294

295

296

297

298

299

300

301

302

303

304

305

306

307

308

309

310

311

312

313

314

315

316

317

318

319

320

321

322

323

324

325

326

327

328

329

330

331

332

333

334

335

336

337

338

339

340

341

342

343

344

345

346

347

348

349

350

351

352

353

354

355

356

357

358

359

360

361

362

363

364

365

366

367

368

369

370

371

372

373

374

375

376

377

378

379

380

381

382

383

384

385

386

387

388

389

390

391

392

393

394

395

396

397

398

399

400

401

402

403

404

405

406

407

408

409

410

411

412

413

414

415

416

417

418

419

420

421

422

423

424

425

426

427

428

429

430

431

432

433

434

435

436

437

438

439

440

441

442

443

444

445

446

447

448

449

450

451

452

453

454

455

456

457

458

459

460

461

462

463

464

465

466

467

468

469

470

471

472

473

474

475

476

477

478

479

480

481

482

483

484

485

486

487

488

489

490

491

492

493

494

495

496

497

498

499

500

501

502

503

504

505

506

507

508

509

510

511

512

513

514

515

516

517

518

519

520

521

522

523

524

525

526

527

528

529

530

531

532

533

534

535

536

537

538

539

540

541

542

543

544

545

546

547

548

549

550

551

552

553

554

555

556

557

558

559

560

561

562

563

564

565

566

567

568

569

570

571

572

573

574

575

576

577

578

579

580

581

582

583

584

585

586

587

588

589

590

591

592

593

594

595

596

597

598

599

600

601

602

603

604

605

606

607

608

609

610

611

612

613

614

615

616

617

618

619

620

621

622

623

624

625

626

627

628

629

630

631

632

633

634

635

636

637

638

639

640

641

642

643

644

645

646

647

648

649

650

651

652

653

654

655

656

657

658

659

660

661

662

663

664

665

666

667

668

669

670

671

672

673

674

675

676

677

678

679

680

681

682

683

684

685

686

687

688

689

690

691

692

693

694

695

696

697

698

699

700

701

702

703

704

705

706

707

708

709

710

711

712

713

714

715

716

717

718

719

720

721

722

723

724

725

726

727

728

729

730

731

732

733

734

735

736

737

738

739

740

741

742

743

744

745

746

747

748

749

750

751

752

753

754

755

756

757

758

759

760

761

762

763

764

765

766

767

768

769

770

771

772

773

774

775

776

777

778

779

780

781

782

783

784

785

786

787

788

789

790

791

792

793

794

795

796

797

798

799

800

801

802

803

804

805

806

807

808

809

810

811

812

813

814

815

816

817

818

819

820

821

822

823

824

825

826

827

828

829

830

831

832

833

834

835

836

837

838

839

840

841

842

843

844

845

846

847

848

849

850

851

852

853

854

855

856

857

858

859

860

861

862

863

864

865

866

867

868

869

870

871

872

873

874

875

876

877

878

879

880

881

882

883

884

885

886

887

888

889

890

891

892

893

894

895

896

897

898

899

900

901

902

903

904

905

906

907

908

909

910

911

912

913

914

915

916

917

918

919

920

921

922

923

924

925

926

927

928

929

930

931

932

933

934

935

936

937

938

939

940

941

942

943

944

945

946

947

948

949

950

951

952

953

954

955

956

957

958

959

960

961

962

963

964

965

966

967

968

969

970

971

972

973

974

975

976

977

978

979

980

981

982

983

984

985

986

987

988

989

990

991

992

993

994

995

996

997

998

999

1000

Weil ein Achtelschlag zu hektisch beim Dirigieren wäre, ist es besser, diesen Siebenachteltakt als Dreiertakt  $\downarrow \rightarrow \uparrow$  mit gedehntem  $\frac{3}{8}$ -Auftakt zu schlagen. Mit demselben Auftakt entsteht beim Vierertakt  $\downarrow \leftarrow \rightarrow \uparrow$  das Metrum  $\frac{3}{4}8$  als modifizierter  $\frac{9}{8}$ -Takt wie im folgenden Beispiel:

Psalm 98 aus dem Singspiel *Mose* [Mo]

Sin - get dem Herrn ein Lied, denn er tut  
Er denkt an sei - ne Gunst und sei - ne  
Jauch - zet vor Gott, dem Herrn, ihr Völ - ker  
Das Meer und die da - rin schwimmen und  
Wenn Christus kommt, um den Erd - ball zu

+Pauken (es, B) + Schellentamburin

Wun - der. Mit sei - ner Rech - ten schafft er uns das Heil. Sei - ne Ge -  
Treu - e zu sei - nem Bun - des - volk, neu o - der alt; an die - sem  
al - le, freut euch und ju - belt, ja freut euch und singt,  
auf In - stru -  
schwe - ben, ihr Lob soll brau - ßen wie Bran - dung am Strand.  
Der gan - ze  
rich - ten, er klingt im Ju - bel - chor dies neu - e Lied. Er wird den

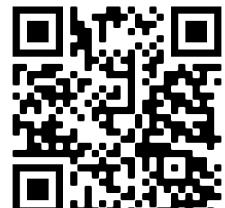
rech - tig - keit be - weist er un - ter den vie - len Völ - ker in je - dem Erd - teil.  
Volk sieht die Welt bald das neu - e gött - li - che Heil in voll - kommner Ge - stalt.  
men - ten spielt mit gro - ßem Schal - le, dass es zum Herrn, un - serm Kö - nig hin - dringt:  
Erd - ball und die da - rau - le - ben, Flüs - se und Ber - ge klatscht laut in die Hand:  
Streit in der Völ - ker - welt schlich - ten, dass nur, was recht ist und gut ist, ge - schieht.

Du bist mein Gott, mein Herr und meine Stär - ke, du bist mein Ret - ter ich rühm deine Wer - ke.

## Literatur

- [R] Neumaier, W.: *Antike Rhythmustheorien*. Historische Form und aktuelle Substanz, Amsterdam 1989.
- [Mo] Neumaier, W.: *Mose*. Singspiel, 1993. Strube Verlag München Edition 1311.
- [K] Neumaier, W.: *Kanonkunst*, 2024.
- [M] Neumaier, W.: *Musik-Mathematik kurz gefasst*, Heft 1-4:
  - [H] *Unser harmonisches Tonsystem*, 2025
  - [N] *Unser Noten- und Taktsystem*, 2025.
  - [Kp] *Kontrapunkt oder Komposition*, 2025.
  - [Dp] *Doppelter Kontrapunkt*, 2026.

Download von [K][M]: [www.neumaier-wilfried.de/musikwissenschaft](http://www.neumaier-wilfried.de/musikwissenschaft)



## Historische Quellen

Aristoxenos: *Rhytmische Elemente*, um 330 v.Chr.  
zu seiner Rhythmik: [R] S.33-53

Augustinus: *De musica*, um 378.  
zu seiner Rhythmik: [R] S.79-105

Dionysios Thrax: *Techne grammatische*, 2.Jh.v.Chr.  
zu seiner Metrik: [R] S.27ff+55ff

Guido von Arezzo, *Epistula de inveniendo ignotu cantu*, um 1030. Faksimile online:  
<https://www.deutsche-digitale-bibliothek.de/item/HJJ7B33HUUJ-FIPLHSRGJKPAT4THNAXEW>

Johannes de Garlandia: *De mensurabili musica*, um 1240.

Philipp de Vitry: *Ars nova*, um 1322.

Scheidt, Samuel: *Tabulatura nova*, Hamburg 1624.  
Faksimile des Notenbeispiels online:  
[https://sachsen.digital/werkansicht?tx\\_dlf\[id\]=8616&tx\\_dlf\[page\]=63](https://sachsen.digital/werkansicht?tx_dlf[id]=8616&tx_dlf[page]=63)

Titelbild: Guidos Melodie in Neumen, in: Guido von Arezzo, *Epistula de inveniendo ignotu cantu* S. 97r. Faksimile siehe oben (Public domain: CCO 1.0 Universal). Das Faksimile hat dort undeutliche Notenlinien, die im Titelbild an die Notenlinien auf S. 97v. angeglichen wurden.

\*\*\*

Update Februar 2026