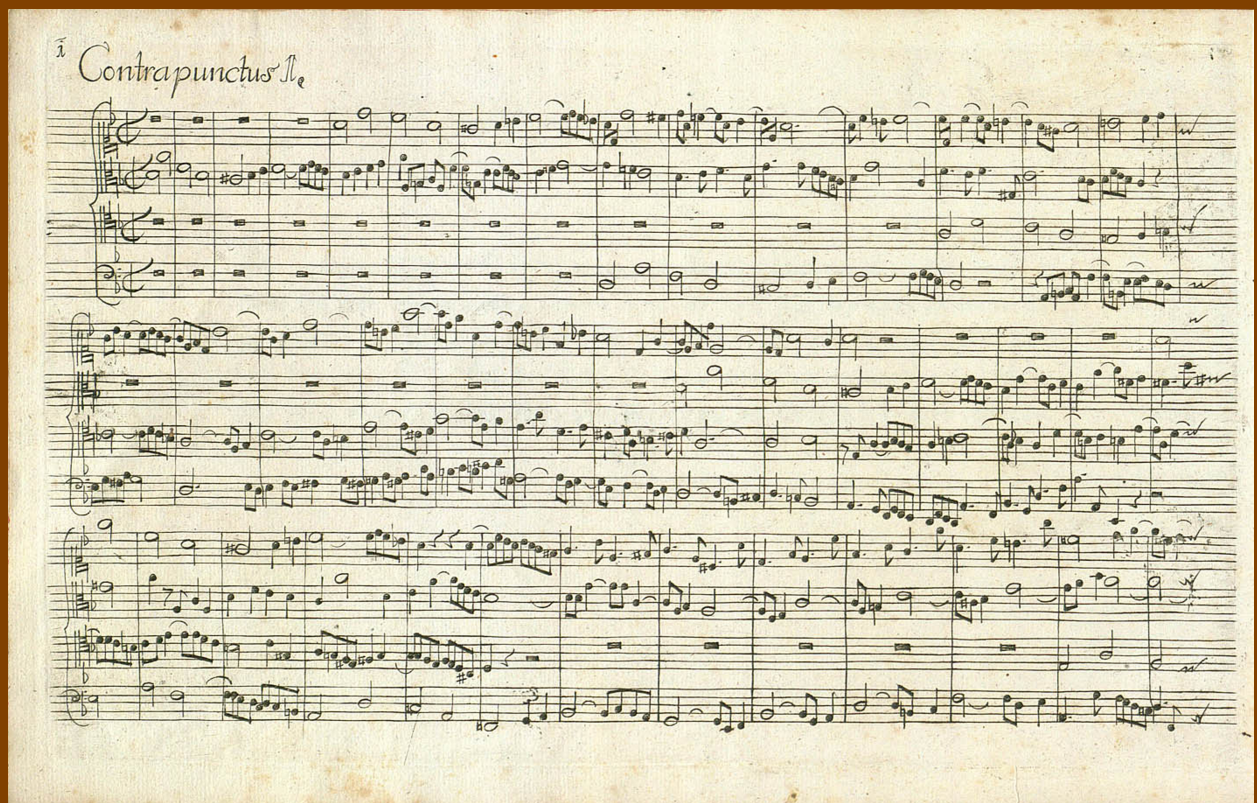


KONTRAPUNKT ODER KOMPOSITION



Heft 3
Wilfried Neumaier
Dezember 2025

Musik-Mathematik
kurz gefasst

Die erste Kompositionslehre verfasste Johannes de Garlandia um 1240: In *De mensurabili musica* beschrieb er die mehrstimmige Musik der Notre-Dame-Epoche in der Frühform des Notensystems. Alle Musiker nutzen dieses System in aktueller Form, ohne sich Gedanken machen zu müssen über die zugrundeliegende mathematische Struktur. Diese ist präzise ausgearbeitet in zwei Heften: [UNSER HARMONISCHES TONSYSTEM \[H\]](#) und [UNSER NOTEN- UND TAKTSYSTEM \[N\]](#). Das eine behandelt die Tonhöhendimension, das andere die Zeitdimension. Melodien komponiert man entlang der Zeitachse und Harmonien auf der Tonhöhenachse und nutzt dabei zwei Typen der **Komposition**: das Nebeneinander- und Untereinanderschreiben von Noten.^{N(4)(6)} Auf dieser sehr allgemeinen Basis können alle wichtigen Begriffe zum Komponieren logisch aufgebaut werden. Diese sind Musikern natürlich geläufig, werden hier aber exakt definiert, um den logischen Durchblick zu vermitteln. Beispielsweise ist im Notenbild die Lage der Töne in der Tonhöhen-Ordnung und in der zeitlichen Ordnung direkt ablesbar und natürlich auch begrifflich genau bestimmbar:

- (1) Für Töne x und y gelten folgende Definitionen und Äquivalenzen:

Intervall von x nach y $\coloneqq x - y \coloneqq \text{Tonhöhe}(x) - \text{Tonhöhe}(y)$

Intervall zu Pausen p : $p - x \coloneqq x - p \coloneqq 0$

x ist **höher** als y $\coloneqq \text{Tonhöhe}(x) > \text{Tonhöhe}(y)$ $= x - y > 0$

x ist **tiefer** als y $\coloneqq y$ ist höher als x $= x - y < 0$

x und y sind **gleichhoch** $\coloneqq \text{Tonhöhe}(x) = \text{Tonhöhe}(y)$ $= x - y = 0$

Für Noten x und y gelten folgende Definitionen und Äquivalenzen:

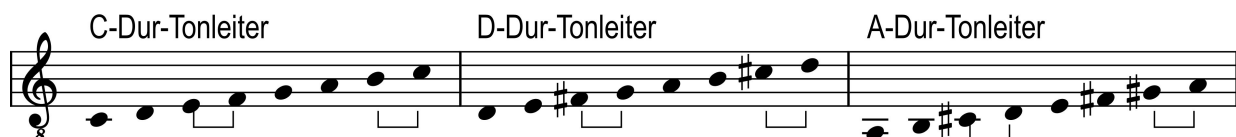
x ist **später** als y $\coloneqq \text{Position}(x) \geq \text{Ende}(y)$

x ist **früher** als y $\coloneqq y$ ist später als x

x ist **simultan zu** y $\coloneqq x$ ist weder früher noch später als y

Der Tonvorrat zur **Melodie-Komposition** wurde zu allen Zeiten über Tonleitern organisiert. Zentral war Euklids **diatonische Tonleiter**, die später mit Tonbuchstaben benannt wurde. Sie enthält die C-Dur-Tonleiter.^{H(6)} Aus ihr entstehen durch Transposition alle Dur-Tonleitern und durch Alteration alle Moll-Tonleitern und modale Tonleitern mit veränderter Halbtonlage (bei $\square$):

- (2) Intervalltreue Transpositionen der C-Dur-Tonleiter:



Alterationen dieser Tonleitern:



Die dorische Tonleiter und die A-Moll-Tonleiter sind keine intervalltreuen Transpositionen der C-Dur-Tonleiter, sondern vorzeichentreu alteriert. Trans-

positionen und Alterationen ändern außer der Tonhöhe der Noten nichts. Definiert werden sie über Begriffe in $N(9)$ und $H(17)$:

- (3) Eine Abbildung f gilt als **intervalltreu**, falls $f(x)-f(y)=x-y$ für Töne x und y , und als **intervallstufentreu**, falls $\text{Stufe}(f(x)-f(y))=\text{Stufe}(x-y)$.

Eine intervallstufentreue Tonhöhenänderung gilt als **Transposition**.

Intervalltreue Tonhöhenänderungen sind spezielle Transpositionen.

Als **Alteration** gilt eine notenlinientreue Tonhöhenänderung.

Eine Alteration einer Transposition ist offenbar eine Transposition.

Dass wir Melodien nach einer Transposition oder Alteration wiedererkennen, spiegelt sich in der Terminologie wieder: Intervalle werden nach Stufen benannt und vernachlässigen Alterationen.^{H(16)(17)} Das gilt speziell für die wichtigsten Melodie-Intervalle, für Schritte und Sprünge in Tonleitern:

- (4) Für zweitönige Tonfolgen xz eines Satzes im Takt mit Betonung $N(25)$ gilt:

xz heißt **steigend**, falls $z-x>0$, und **fallend**, falls $z-x<0$.

xz heißt ein **Schritt**, falls $z-x$ oder $x-z$ eine Sekunde ist.

xz heißt ein **Sprung**, falls xz steigend oder fallend, aber kein Schritt ist.

xz heißt **betont**, wenn x betonter als z ist, andernfalls **unbetont**.

Die harmonische Komposition ist eine mittelalterliche Errungenschaft. Statt Komposition sagte man **Kontrapunkt**, entstanden aus *punctus contra punctum*, Note gegen Note. Diese Synonyme verwendete Gioseffo Zarlino in seiner einflussreichen Kontrapunktlehre *Le Istitutioni harmoniche* 1558 [Z].^{Z27} Bachs *Kunst der Fuge*, deren Sätze als *Contrapunctus* überschrieben sind (Titelbild), folgt noch dieser Sprachtradition. Zarlino begann mit dem Kontrapunkt Note gegen Note mit Konsonanzen; dann ging er über zum diminuierten Kontrapunkt mit beliebigen Notenwerten, Konsonanzen und Dissonanzen.^{Z1} Seine Definition wurde schon referiert:^{H(19)(20)} Die reine Oktave, reine Quinte, reine Quarte, die große und kleine Terz, die große und kleine Sexte, jeweils mit beliebigen Oktavierungen sind **Konsonanzen**, andere Intervalle **Dissonanzen**. Ihre lateinischen Ordinalzahl-Namen kürzte er in Ziffern ab und tabellierte sie nach seiner Klassifikation:^{Z4f}

(5)

Konsonanzen						Dissonanzen	
Hohlklänge / perfekt				klangvoll / imperfekt			
Prime	Quarte	Quinte	Oktave	Terz	Sexte	Sekunde	Septime
1	4	5	8	3	6	2	7
positiv oktaviert	11	12	15	10	13	9	14
	18	19	22	17	20	16	21

Zarlino gab Ordinalzahlen explizit an wegen der unbequemen Rechnung: Da Stufe 1 der Null und Stufe 2 der Einheit entspricht, muss man so rechnen:^{H(17)} Stufe $n = (n-1) \cdot \text{Sekunde}$. Oktavierungen der Stufe n lauten dann Stufe $n+7m$ für Zahlen $m \geq 0$. Das Umrechnen entfällt mit $n' := n+7$ wie bei Tonbuchstaben.^{H(6)}

$\flat 5$ kürzt die verminderte Quinte $f'-h$ ab und $\sharp 4$ die übermäßige Quarte $h-f$; ^{H(11)} beide kommen in der diatonischen Tonleiter vor, sind aber nicht als Dissonanzen tabelliert. Trotzdem gilt die Tabelle für alle diatonischen Intervalle, denn Zarlino machte im **Kontrapunkt Note gegen Note** genau die beiden Ausnahmen: Er erlaubte sie beide und betonte, sie haben keine unschöne Wirkung, sondern mit folgender Terz sogar eine gute, was er an Beispielen vorführte: ^{Z30}

(6)

Man darf also die Tabelle (5) auf alle Quinten und Quartan der diatonischen Tonleiter ausdehnen und beide Intervalle in die Schnittmenge zwischen Konsonanzen und Dissonanzen einordnen:

- (7) Die verminderte Quinte und die übermäßige Quarte und ihre Oktavierungen gelten als Dissonanzen und zugleich als imperfekte Konsonanzen.

Zarlino begründete Konsonanzen akustisch durch Saitenteilung: die arithmetisch geteilte Quinte $6:5:4$ und die harmonisch geteilte Quinte $15:12:10$. ^{Z15} Die harmonische Teilung nannte er fröhlicher (ergibt Durdreiklänge), die arithmetische Teilung trauriger (ergibt Molldreiklänge). ^{Z31} Die Konsonanz verminderter Dreiklänge würde die Teilung $7:6:5$ begründen, denn die verminderte Quinte, die die Proportion $1024:729$ hat, ^{H(18)} ist nur $\frac{1}{35}$ Ton größer als das Intervall mit Proportion $7:5$, das in der diatonischen Tonleiter gut genähert ist.

Zarlino riet, zwischen perfekten und imperfekten Konsonanzen abzuwechseln. ^{Z34} Ferner empfahl er die **Gegenbewegung**, bei der eine Stimme steigt und die andere fällt; im Notenbeispiel wechselte er ab mit der **Seitenbewegung**, bei der eine Stimme liegen bleibt (angedeutete Bindebögen ergänzt): ^{Z35}

(8)

Die Bindung repetierter Noten erzeugt harmonisch äquivalente Sätze, denn Tonwiederholungen verändern Konsonanzen und Dissonanzen nicht, egal wie sie rhythmisiert sind:

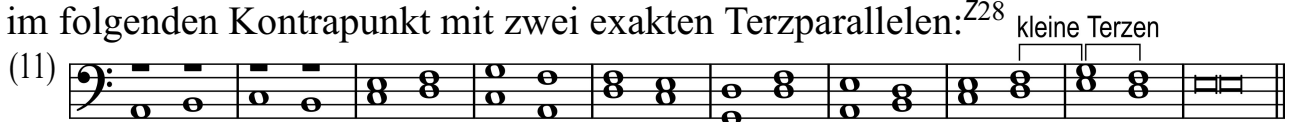
- (9) **Repetitionen** heißen Notenfolgen mit lauter gleichhohen Tönen oder lauter Pausen. $[Dauer(R), t]$ definiert die **Bindung** der Repetition R mit Tönen der Tonhöhe t . $[Dauer(R)]$ definiert die Bindung der Repetition R mit Pausen. Das **gebundene** S entsteht, indem im Satz S jede Repetition R mit maximaler Notenzahl durch die Bindung von R ersetzt wird.

S ist **harmonisch äquivalent** zu T , wenn das gebundene S identisch mit dem gebundenen T ist. Dies definiert auf den Sätzen eine Äquivalenzrelation und S ist harmonisch äquivalent zum gebundenen S .

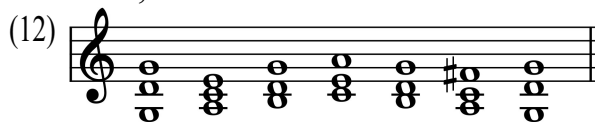
Zarlino notierte Kontrapunkte ohne Taktstriche stillschweigend im tempus imperfectum diminutum $\mathbb{C}$.^{N(19)} Sie werden in eine Partitur mit Taktstrichen und aktuellen Schlüsseln übertragen wie im Kontrapunkt zur Seiten- und Gegenbewegung (8). Diese Bewegungen verhindern eine Häufung von Hohlklingen und schützen vor Prim-, Oktav- und Quintparallelen, die traditionell verboten waren, weil sie die Selbständigkeit der Stimmen zunichtemachen:

- (10) **n -Parallele** an der Stelle p heißen Schritte oder Sprünge xz und yv eines mehrstimmigen Satzes mit $p = \text{Position}(z) = \text{Position}(v)$, falls $x-y$ und $z-v$ Konsonanzen der Stufe $n+7m$ sind für $m \geq 0$. Sie heißt **exakt**, falls $x-y = z-v$. **Verbotene Parallelen** sind exakte Prim-, Oktav- und Quintparallelen.

Zarlino referierte dieses traditionelle Verbot und verschärfte es: Er verbot alle exakten Konsonanzparallelen.^{Z29} Er hielt sich selbst aber oft nicht daran, etwa im folgenden Kontrapunkt mit zwei exakten Terzparallelen:^{Z28}



Logischerweise verbot er auch Quartparallelen, die mit Unterterzen im Fauxbourdon üblich waren; diese Praxis hätte er gern ausgerottet und machte sie schlecht, etwa diesen wunderschönen Fauxbourdon:^{Z61 Beispiel 3}



Bei der Streitfrage, ob die Quarte als Konsonanz oder Dissonanz einzustufen wäre, plädierte Zarlino für die Konsonanz.^{Z5} Er behandelte aber im zweistimmigen Kontrapunkt stets Quartan als Dissonanz, wie wir sehen werden. Sein übertriebenes Parallelenverbot ist daher unnötig. Es genügt die ältere Regel: Nur eine Quarte über dem Basston ist wie eine Dissonanz zu behandeln. Diese Regel wird in einer Definition verankert, die den Kontrapunkt Note gegen Note zum mehrstimmigen Kontrapunkt mit konsonanten Akkorden verallgemeinert:

- (13) **Akkorde** sind Sätze, deren Stimmen nur eine Note besitzen. Sie heißen **konsonant**, falls für ihre Töne x, y stets $x-y$ eine Konsonanz ist.

Akkordisch heißt ein Satz, der eine Komposition von Akkorden ist laut $N(6)$; er heißt **konsonant**, falls alle seine Akkorde konsonant sind.

Basston heißt ein tiefster Ton eines Akkords.

Ein **Quartakkord** enthält einen Ton x und einen Basston y , so dass $x-y$ eine reine Quarte oder eine positiv oktavierte reine Quarte ist.

Ein **Kontrapunkt Note gegen Note** ist ein Satz ohne verbotene Parallelen, harmonisch äquivalent zu einem konsonanten akkordischen Satz ohne Quartakkorde.

Die Akkordform ändert sich beim Transponieren nicht, auch nicht beim Weglassen gleichhoher Töne oder beim Stimmtausch. Man kann also Akkorde auf einem Notensystem ohne Schlüssel notieren und beliebig verschieben. Halslose Noten • sind dabei Platzhalter für beliebige Notenwerte. So lassen sich alle konsonanten Akkordformen mit Intervallen kleiner als die Oktave aufzählen und abkürzen durch eine Bezifferung, die im Barock üblich wurde:

(14) Einklang Zweiklänge = Konsonanzen Dreiklänge mit Umkehrungen

1 Prime 3 Terz 4 Quarte 5 Quinte 6 Sexte 5 3 Dreiklang Grundton unten 6 3 Sextakkord Grundton oben 6 4 Quartsextakkord Grundton in der Mitte

Alle konsonanten Akkorde sind aus dem Dreiklang ableitbar: Aus ihm entstehen durch Oktavierung des Basstons beide Umkehrungen: der Sextakkord und daraus der Quartsextakkord. Andere konsonante Akkorde entstehen beim Weglassen von Tönen oder Hinzufügen gleichhoher Töne und beim Oktavieren nach oben oder unten. Somit ist der Kontrapunkt Note gegen Note nichts anderes als eine Komposition mit konsonanten Dreiklängen ohne Quartsextakkord. Dabei darf man die Klassifikation (14) beliebig alterieren innerhalb diatonischer Tonleitern, da wegen der Ausnahme (7) auch verminderte Dreiklänge im konsonanten Kontext (6) als konsonant gelten, ebenso deren Umkehrungen, etwa der Sextakkord mit Tritonus im Fauxbourdon (12).

Beim **diminuierten Kontrapunkt** mit rhythmisch unabhängigen Stimmen kommen auch Dissonanzen vor. Zarlino nutzte primär Durchgänge und Vorhalte, ab und zu auch Wechselnoten.^{Z42} Im Notensystem ohne Schlüssel wird ihre Form anschaulich (markiert mit typischen Buchstaben):

(15) Durchgänge Wechselnoten Vorhalte

d d w w v v

Durchgänge füllen einen Terzsprung melodisch aus, Wechselnoten verzieren gleichhohe Töne, Vorhalte verzögern einen Schritt. Durchgänge und Wechselnoten sind meist unbetont, Vorhalte meist betont und fallend aufgelöst. Eine Reduktion macht solche Verzierungen rückgängig nach folgenden Daten:

(16) Für dreitönige Notenfolgen vza werden unverzierte Noten definiert als $\widehat{vz} := v[\text{Dauer}(z), \text{Tonhöhe}(v)]$ und $\widehat{za} := [\text{Dauer}(z), \text{Tonhöhe}(a)]a$ mit Notenmerkmalen gemäß $N(3)$. Mit ihnen werden **strenge Fortschreitungen** vza und deren unverzierte Form definiert in folgender Tabelle:

Zwischennote z	Einführung vz	Auflösung za	unverziertes vza
regulär	betonter Schritt	Schritt	$\widehat{vz}a$
irregulär	Schritt	betonter Schritt	$v\widehat{za}$
Vorhalt	gleichhohe Töne	Schritt	

Sind beide Intervalle steigend oder beide fallend, heißt die Zwischennote **Durchgang**, ist einer steigend und einer fallend, heißt sie **Wechselnote**. **Klassische Vorhalte** haben eine betonte fallende Auflösung.

Eine **Reduktion** ist eine Hintereinanderausführung beliebig vieler Ersetzungen, die je eine Fortschreitung durch die unverzierte ersetzt.

Zarlino's erster diminuirter Kontrapunkt hat viele reguläre Durchgänge, die zu Terzen reduziert werden, und einen Vorhalt am Schluss:^{Z42} Schlusstakte aus Beispiel 1

(17)

4'd 9d 7d 4d 2d 7v

Reduktion als Kontrapunkt Note gegen Note:

5' 5' 3' 3' 3' 8 5 3 5 6 8 8 5 5 3 3 3 8 5 6 6 6 8

Diminuirter Kontrapunkt mit Septim- und Quartvorhalten:^{Z42} Beispiel 11

(18)

7v 7v 7v 4v 4v 7v

Reduktion als Kontrapunkt Note gegen Note:

1 8 5 8 6 6 6 6 3 5 8 5 8 6 6 3 3 3 6 3 3 3' 8 6 6 8

In einem längeren Kontrapunkt gebrauchte er auch Wechselnoten und irreguläre Durchgänge:^{Z43} Ausschnitt aus Beispiel 2

(19)

4d 7d 4w 4d 7v

Reduktion als Kontrapunkt Note gegen Note:

1 1 1 1 3 3 5 6 5 3' 8 8 5 5 5 3 3 3 5 3 8 8 6 6 8

In einem Beispiel löste er einen Quartvorhalt im Bass in eine verminderte Quinte auf, die er danach analog zu (6) in eine Terz auflöste.^{Z42 Beispiel 8}

(20) Reduktion als Kontrapunkt Note gegen Note:

In den Kontrapunkten (18) und (19) wurden Vorzeichen # ergänzt nach Zarlino's Kadenzregeln, die damalige Sänger automatisch praktizierten, ohne dass es notiert wurde: Kadenzen gehen in Gegenbewegung von einer kleinen Terz in die Prime oder von der großen Sexte in die Oktave.^{Z53}

Eine Reduktion der diminuierten Kontrapunkte Zarlino's erzeugt je einen Kontrapunkt Note gegen Note. Die Reduktion ist also ein **Korrektheitstest**, der nachweist, dass Noten vor und nach Dissonanzen konsonant sind, wie er es forderte. Bei synkopierten Vorhalten klappt der Test erst nach einer Diminution, die den Vorhalt abtrennt, dass die Definition (16) ohne Bindung greift. Auch zur Akkordanalyse ist eine harmonisch äquivalente akkordische Diminution wichtig. Sie entsteht, wenn alle Stimmen im Komplementärrhythmus des Satzes rhythmisiert werden. Das ist in Gedanken leicht durchzuführen an obigen Beispielen, die Töne wieder binden. Formal klingt es umständlich:

- (21) Zum Komplementärrhythmus $k_1 \dots k_r$ des n -stimmigen Satzes S gemäß $N(14)$ wird für jeden Ton x in S_m mit x simultan zu k_i die Note $d_{i,m} := k_i[\text{Tonhöhe}(x)]$ laut $N(3)$ definiert; für Pausen x in S_m simultan zu k_i wird $d_{i,m} := k_i$ gesetzt;

dann gilt als **Diminution** von $S = \begin{smallmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_n \end{smallmatrix}$ der Satz $\begin{smallmatrix} d_{1,1} \dots d_{r,1} \\ \vdots \\ d_{1,n} \dots d_{r,n} \end{smallmatrix}$.

Als **diminuiertes** S gilt die Diminution des gebundenen S laut (9).

Die Diminution von S und das diminuierte S sind akkordische Sätze, die harmonisch äquivalent zum Satz S sind.

Jetzt ist alles erklärt, was zur präzisen Verallgemeinerung der zweistimmigen diminuierten Kontrapunkt-Beispiele erforderlich ist:

- (22) Ein **diminuierter Kontrapunkt** ist ein Satz ohne verbotene Parallelen, falls eine geeignete Reduktion des diminuierten Satzes einen Kontrapunkt Note gegen Note erzeugt.

Diese Definition kalkuliert ein, dass man beim Korrektheitstest mitunter kreativ sein muss und eine Lösung ausfindig machen muss. Denn die Reduktion ist nicht immer eindeutig, weil bei einer Dissonanz stets zwei Töne beteiligt sind; welchen Ton der Konsonanztest eliminiert, ist manchmal offen und hängt von der gewählten Analyse ab. Das zeigt folgender Mini-Kontrapunkt, bei dem die Durchgänge regulär oder irregulär interpretiert werden können:

(23) Vorhalt + reguläre Durchgänge mit Reduktion irreguläre Durchgänge mit Reduktion

In mehrstimmigen diminuierten Kontrapunkten kommen Quartan vor in Sextakorden, Dreiklängen, Durchgangs- und Vorhalts-Quartsextakkorden. Spielt man folgendes Beispiel ohne markierte Durchgangs- und Vorhaltsnoten, dann hört man den reduzierten Kontrapunkt Note gegen Note und sieht, dass sich Zarlino akribisch an seine Regeln hielt:^{Z66 Beispiel 5 (notiert als Klaviersatz):}

(24)

Dieser Kontrapunkt hat eine besondere Symmetrie: Es ist ein Umkehrungs-Doppelkanon, dessen unteres System das obere exakt spiegelt. Er ist ediert in den [KOMPLEXEN KANONS DER RENAISSANCE](#) [R] zusammen mit den Kanonvariationen über *Veni creator spiritus*, die Zarlino in der Auflage 1573 ergänzte. Diese Variationen enthalten einige wenige interessante Takte, bei denen die Reduktion keinen Kontrapunkt Note gegen Note erzeugt! Trotzdem funktioniert auch hier ein Konsonanztest, nur differenzierter angewandt: Man testet alle Stimmpaare auf Konsonanz und lässt nur konsonante Quartan ohne Basston zu. Diese Stimmpaare bilden zusammen einen gut klingenden mehrstimmigen Kontrapunkt. Er kann irreduzible Takte haben, zum Beispiel einen Vierfachdurchgang durch drei Dissonanzen und eine Quarte: Drei nachweislich korrekte Stimmpaare erzeugen einen dreistimmigen Kontrapunkt, bei dem jede dreistimmige Reduktion Dissonanzen enthält.^{R10 Kanonvariation 8, Takt 14f}

(25)

Stimme 1+3 Reduktion Stimme 1+2 Reduktion Stimme 2+3 Stimme 1-3

2d 6 5 4 3 3 5 2'd 7d_{irr} 3' 3' 8 6 6 1 5 1 irreduzibel

Quarte ohne Basston

Viele interessante irreduzible Kombinationsmöglichkeiten nutzte Zarlino noch nicht. Wo sie vorkommen, liegt kein diminuierter Kontrapunkt laut (22) vor, sondern ein allgemeiner definierter Kontrapunkt:

- (26) Ein **Kontrapunkt** ist ein Satz ohne verbotene Parallelen, bei dem es für jedes Stimmpaar eine Reduktion des diminuierten Satzes gibt, die nicht konsonant sein muss, aber dessen Teilakkorde im Stimmpaar konsonant sind, jedoch keine Quartakkorde.

Diese Definition erfasst den mathematischen Kern der Kontrapunktlehre. Zarlinos Zusatzregeln zur Sanglichkeit und zum Wohlklang zweistimmiger Sätze sind Ratschläge zur künstlerischen Gestaltung, die oft zeitbedingt und nicht obligatorisch sind. Schon Zeitgenossen nahmen sich Freiheiten heraus. Teils lehnte er sie ab wie den Fauxbourdon (12), teils befürwortete er sie, etwa schrittweise eingeführte Quartan, die frei aufgelöst werden:^{Z61 Beispiel 2+3}

(27)

Da der Kontrapunkt flexibel definiert ist, sind derartige freie Fortschreitungen, deren Auflösung oder Einführung melodisch nur zur Hälfte fixiert ist, in die Kompositionstechnik integrierbar:

- (28) Die Tabelle (16) wird ergänzt durch **freie Fortschreitungen** vza:

Zwischennote z	Einführung vz	Auflösung za	unverziertes vza
freie Nebennote	betonter Schritt	-	$\widehat{vz}a$
	-	unbetonter Schritt	
freier Vorhalt	-	betonter Schritt	$v\widehat{za}$
Vorhalt abbrechend	gleichhohe Töne	-	

In der Barockzeit nutzte man vermehrt solche freien Fortschreitungen zur Verzierung von Melodien mit kleineren Notenwerten, zum Beispiel:

(29)

Meisterhaft kombinierte Johann Sebastian Bach die barocke Figuration mit der Kontrapunkttechnik. Das belegt der im Titel abgebildete *Contrapunctus I*, in dem Bach freie Wechselnoten w| und nicht-klassische Vorhalte verwendete, nämlich steigend aufgelöste Vorhalte $v\uparrow$ und abbrechende Vorhalte $v\downarrow$. Die abgebildete Reduktion der Exposition ist fast ganz konsonant im Sinn von (7). Nur vier freie Dissonanzen (eingekreist) bleiben übrig und erzeugen Septakkorde, die in der Reduktion unten nach barocker Tradition beziffert sind:

(30)

Reduktion

Vollständig bezifferte Septakkordformen ergänzen die Akkordformen (14); die übliche abgekürzte Bezifferung entspricht den Namen der Akkordformen:

(31)

$\begin{matrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{matrix}$ 7 Septakkord
 $\begin{matrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{matrix}$ 6/5 Quintsextakkord
 $\begin{matrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{matrix}$ 6/4/3 Terzquartakkord
 $\begin{matrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{matrix}$ 2 Sekundakkord

Irreduzible Septakkorde in (30) zeigen die fortschrittlichere barocke Harmonik: Der wohlklingende verminderte Dreiklang des alten Kontrapunkts ist erweitert zum wohlklingenden Dominantseptakkord oder zum verminderten Septakkord,

der im *Contrapunctus 1* Takt 13 und 15 anklingt und dort jeweils aufgelöst ist weitgehend analog zu (6):

(32)

verminderter Dreiklang Dominant-septakkord verminderter Dreiklang verminderter Septakkord verminderter Dreiklang verminderter Septakkord

Eine Reduktion des ganzen *Contrapunctus 1* würde zeigen, dass diese Technik fast durchweg funktioniert; an irreduziblen Stellen deckt sie die Besonderheiten von Bachs Harmonik auf. Er erreichte eine künstlerisch viel anspruchsvollere Gestaltung der alten Kontrapunkt-Technik. Bei ihm kann man die Kunst der Komposition im mathematischen Rahmen des Kontrapunkts am besten studieren. Sie ist natürlich kein Thema dieser Serie, sondern geht viel weiter als hier vorgeführt. Interessante Beispiele sind *Contrapunctus 10-17*, die in der [KANONKUNST](#) erwähnt wurden; sie wenden Spezialtechniken an, die das nächste Heft [DOPPELTER KONTRAPUNKT](#) genauer behandelt.

Literatur

[K] Neumaier, W.: *Kanonkunst*, 2024.

[R] Neumaier, W.: *Komplexe Kanons der Renaissance* von G. Zarlino, J.P. Sweelinck, J. Bull, ediert 2024.

[MM] Neumaier, W.: *Musik-Mathematik kurz gefasst*, Heft 1-5:

[H] *Unser harmonisches Tonsystem*, 2025

[N] *Unser Noten- und Taktsystem*, 2025.

[Kp] *Kontrapunkt oder Komposition*, 2025.

[Dp] *Doppelter Kontrapunkt*, 2026.

[KT] *Kanontechnik*, 2026.

Download von [K][R][MM]: www.neumaier-wilfried.de/musikwissenschaft



Historische Quellen

Johannes de Garlandia: *De mensurabili musica*, um 1240.

[Z] Zarlino, Gioseffo: *Le Istitutioni harmoniche*, 1558, Teil III, zitiert nach Kapiteln.

<https://docnum.unistra.fr/digital/collection/coll10/id/1052>

Le Istitutioni harmoniche, 3. Auflage, 1573.

Titelbild: Johann Sebastian Bach: *Kunst der Fuge*, *Contrapunctus I*. Ausschnitt aus:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/c/c3/Bach_Kunst_der_Fuge_Erstdruck_S_1.pdf, Public domain.

Update April 2026